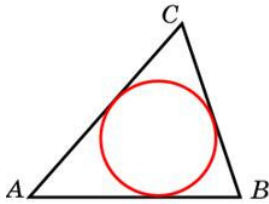


Тренировочная работа № 8

Часть № 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Площадь треугольника равна 54, а его периметр 36. Найдите радиус вписанной окружности.

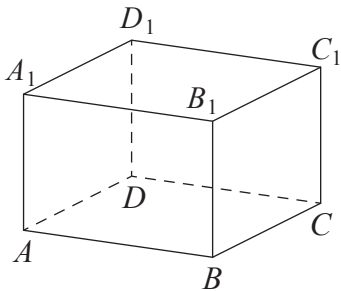


Ответ _____

- 2 Даны векторы $\vec{a}(2, 2; -4)$ и $\vec{b}(-1, 25; -1)$. Найдите скалярное произведение векторов $3\vec{a}$ и $4\vec{b}$

Ответ _____

- 3 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 8$, $AD = 6$, $AA_1 = 21$. Найдите синус угла между прямыми CD и $A_1 C_1$.



Ответ _____

- 4 При изготовлении подшипников диаметром 69 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не более чем, на 0,01 мм, равна 0,975. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 68,99 мм, или больше, чем 69,01 мм.

Ответ _____

- 5 При двукратном бросании игральной кости в сумме выпало 5 очков. Какова вероятность того, что хотя бы раз выпало 1 очко?

Ответ _____

- 6 Найдите корень уравнения $\frac{1}{x-2} = 4$.

Ответ _____

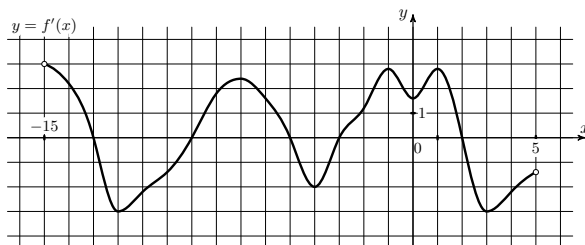
7

Найдите значение выражения $\frac{12\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}}$ при $m > 0$.

Ответ _____

8

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-15; 5)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-14; 4]$.



Ответ _____

9

Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\nu = 2$ моля воздуха объёмом $V_1 = 18$ л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма V_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$, где $\alpha = 9,15 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, а $T = 300$ К — температура воздуха. Найдите, какой объём V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии воздуха была совершена работа в 10980 Дж.

Ответ _____

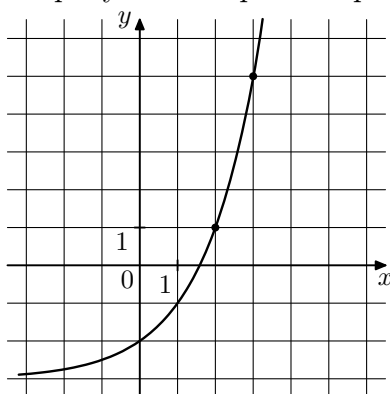
10

Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ _____

11

На рисунке изображён график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите $f(6)$.



Ответ _____

12

Найдите наибольшее значение функции $y = 7 \cos x + 16x - 2$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ _____

Часть № 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) - \sqrt{3} \sin x = \sin 2x + \sqrt{3}$.
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2} \right]$.
- 14** В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка K — делит сторону SC в отношении $\frac{1}{2}$, считая от вершины S , точка N делит сторону SB в отношении $\frac{1}{2}$, считая от вершины S . Через точки N и K параллельно SA проведена плоскость ω .
а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью ω параллельно прямой BC .
б) Найдите расстояние от точки B до плоскости ω , если известно, что $SA = 9$, $AB = 6$.
- 15** Решите неравенство $2 \log_2 (1 - 2x) - \log_2 \left(\frac{1}{x} - 2 \right) \leq \log_2 (4x^2 + 6x - 1)$.
- 16** 31 декабря 2014 года Валерий взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на определённое количество процентов), затем Валерий переводит очередной транш. Валерий выплатил кредит за два транша, переводя в первый раз 660 тыс рублей, во второй — 484 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Валерию?
- 17** Две окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B , причём точки O_1 и O_2 лежат по разные стороны от прямой AB . Продолжения диаметра CA первой окружности и хорды CB этой окружности пересекают вторую окружности в точках D и E соответственно.
а) Докажите, что треугольники CBD и O_1AO_2 подобны.
б) Найдите AD , если $\angle DAE = \angle BAC$, радиус второй окружности втрое больше радиуса первой и $AB = 3$.
- 18** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (a + 7x + 4)(a - 2x + 4) \leq 0, \\ a + 3x \geq x^2 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

- 19** Пять различных натуральных чисел таковы, что никакие два не имеют общего делителя, большего 1.
а) Может ли сумма всех пяти чисел быть равна 26?
б) Может ли сумма всех пяти чисел быть равна 23?
в) Какое наименьшее значение может принимать сумма всех пяти чисел?